

О визуализации при управлении волновыми структурами с помощью распределенных источников тепла

А.К. Алексеев^{1,В}, А.Е. Бондарев^{2,А}

^А Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша Российской академии наук

^В ПАО РКК Энергия им. С.П. Королева

¹ ORCID: 0000-0001-8317-8688, aleksey.k.alekseev@gmail.com

² ORCID: 0000-0003-3681-5212, bond@keldysh.ru

Аннотация

Для двумерных уравнений Эйлера рассмотрено управление течением с помощью пространственно распределенных стационарных источников тепла. Исходное течение, характерное взаимодействием скачков уплотнения типа по Edney, с помощью источников тепла изменялось так, чтобы снизить максимальное давление на поверхности тела. Задача решалась в оптимизационной постановке с использованием сопряженных уравнений для расчета градиента целевого функционала. Кроме визуализации параметров течения в данной задаче интерес представляет визуализация распределения сопряженных параметров и источников тепла.

Ключевые слова: уравнения Эйлера, взаимодействие скачков уплотнения, источники тепла, управление структурой течения, сопряженные уравнения.

Введение

Активное управление течением с помощью различных способов воздействия, включая выделение энергии в поле течения [1-7], является актуальной задачей, до сих пор достаточно далекой от удовлетворительного решения. Одной из областей применения является управление течениями, в которых реализуется взаимодействие скачков *IV* типа по классификации Edney [8,9]. При пересечении косых и прямых скачков уплотнения существует шесть различных типов взаимодействия [8], которые сильно различаются как по структуре течения, так и по величинам давления и тепловых потоков на поверхности тела. Причем, наиболее интенсивное воздействие на поверхность тела реализуется при взаимодействии *IV* типа по Edney. При этом типе течения образуется узкая струйка, которая тормозится в нескольких последовательных косых скачках уплотнения и достигает поверхности тела с малыми потерями полного давления. Это приводит к очень высоким величинам давления и теплового потока на поверхности тела. В связи с этим представляет практический интерес возможность активного управления течением с целью разрушения структуры течения типа *IV* и замены его менее опасной, с точки зрения нагрузок, структурой. В работах [3,4] экспериментально исследовано разрушение данной структуры течения с помощью импульсного нагрева. В работе [5] в численных экспериментах продемонстрирована возможность снижения максимального давления и тепловых потоков на поверхности тела с помощью выделения тепловой энергии в окрестности падающего скачка. Расчеты продемонстрировали возможность снижения максимального давления и тепловых потоков на поверхности тела, однако, в работе указывается, что управляющее воздействие не является оптимальным по величине. Одной из основных причин, препятствующих практическому применению методов управления течением, является их достаточно большая энергоемкость, поэтому вопрос поиска минимального по интегральной величине воздействия пред-

ставляет существенный интерес. Другим препятствием является большая трудоемкость поиска зон и величин воздействия, поэтому эффективные вычислительные алгоритмы поиска управляющих воздействий также представляют интерес.

В данной работе в рамках двумерной модели невязкого газа представлены методика и результаты поиска пространственно распределенных стационарных тепловых источников минимальной суммарной мощности, снижающих максимальную величину давления на поверхности тела. В качестве основного инструмента использовано итерационное решение обратной задачи минимизации некоторого функционала градиентными методами. Градиент функционала по отношению к источникам рассчитывался с помощью сопряженных уравнений.

Постановка задачи.

Рассмотрим обтекание сверхзвуковым потоком плоского тела с цилиндрическим закруглением при падении на него наклонного скачка уплотнения. Используем нестационарные уравнения Эйлера:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_k)}{\partial x^k} = 0; \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho U_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_k U_i + P \delta_{ik})}{\partial x^k} = 0; \quad (2)$$

$$\frac{\partial(\rho E)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_k h_0)}{\partial x^k} + q(x, y) = 0; \quad (3)$$

здесь $E = \left(e + \frac{1}{2}(U^2 + V^2) \right)$, $P = (\gamma - 1)\rho e$, $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$, $e = \frac{RT}{\gamma - 1}$, $h = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{P}{\rho} = \gamma e$.

Область расчета прямоугольная $\Omega = (0 < x < X_{\max}, 0 < y < Y_{\max})$. Временной интервал $(0 < t < t_f)$ подбирался из условий установления стационарного режима. В качестве начальных условий принималось пространственно однородное поле.

На входной границе принимаем условия втекания, соответствующие наклонному скачку уплотнения в однородном потоке. На выходной границе и боковых границах области задаем условия вытекания. На границе тела Γ заданы условия непротекания.

Уравнения Эйлера решались с использованием реконструкции второго порядка точности [11], методов [12] и [13] для решения задачи Римана и метода четвертого порядка [14]. Для метода второго порядка удалось воспроизвести схему IV типа на сетке 200×200 , для схемы 4 порядка точности на сетке 100×100 . Граничные условия на теле реализованы методом погруженной границы [15-17].

На Рис. 1 представлены изолинии плотности для конфигурации IV типа, соответствующие условиям работы [5] и полученные в расчете на сетке 400×475 с использованием [11,13]. Параметры течения: $M = 6$, угол отклонения потока за скачком $\Theta_1 = 15^\circ$, $\gamma = 1.4$. На рис.2 представлено распределение давления в поле течения в трехмерном виде.

При перемещении косога скачка вверх по координате Y наблюдался последовательный переход от схемы III типа через схему IV типа к схеме V типа. При этом течение по схеме IV имеет разновидности, существенно различающиеся по давлению на теле [19]. При малых Y (на границе со схемой III) давление максимально, затем, при увеличении Y наблюдается второй максимум, наконец, схема IV переходит в схему IVa , в которой высоконапорная струйка загибается вверх и не попадает на тело, что приводит к снижению максимального давления.

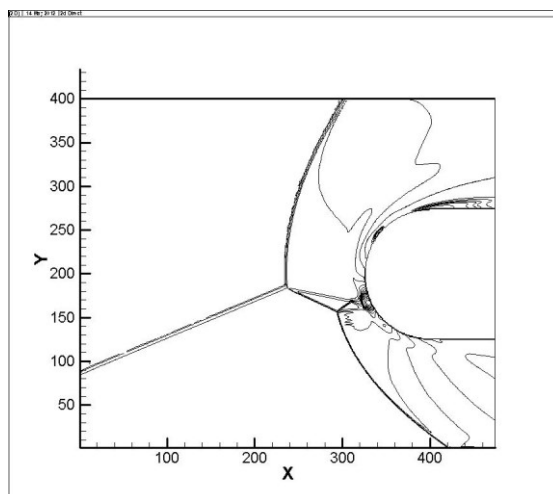


Рис. 1. Изолинии плотности при *IV* типе взаимодействия

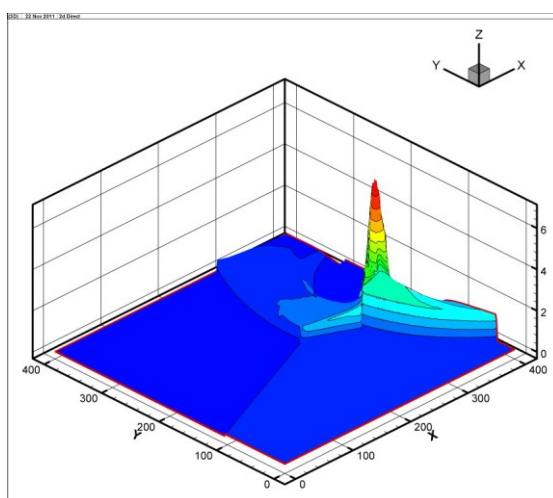


Рис. 2. Распределение давления при *IV* типе взаимодействия

Возможно несколько сценариев перехода от конфигурации *IV* типа к более благоприятным структурам. В работе [5] за счет теплового источника происходит отклонение скачка уплотнения, приводящее к трансформации схемы течения *IV* типа к схеме *V* типа. В работе [1] рассматривается полная перестройка течения с образованием передней отрывной зоны (“тепловая игла”). Для обоих этих вариантов характерно использование локализованного точечного источника. Здесь мы рассмотрим распределенное по пространству поле тепловых источников.

2. Задача оптимального управления

Рассмотрим стационарное течение с взаимодействием *IV* типа, Рис. 1,2. Нам нужно подобрать распределение теплового потока $q(x, y)$, изменяющее картину течения так, чтобы минимизировать величину максимального статического давления на поверхности тела:

$$\varepsilon(q) = \max_{\Gamma} p = \int_{\Gamma} p \delta(s - s_{\max}) d\Gamma, \quad (4)$$

(s_{\max} - координаты точки максимума давления на теле). При этом интегральная мощность тепловых источников

$$\eta = \int_{\Omega} q d\Omega \quad (5)$$

(с учетом положительности источников, соответствующая норме $\|q\|_{L_1(\Omega)}$) должна быть минимальна. В отличие от работ [5-7], в данной работе управление идет не с помощью начального возмущения температуры, имитирующего импульсное выделение тепла, а с помощью постоянных по времени тепловых источников.

В работе также использовались функционалы типа:

$$\varepsilon(q) = 1/2 \int_{\Gamma} p^n d\Gamma + \alpha/2 \int_{\Omega} (q(x, y))^2 d\Omega, \quad n=1,2,\dots \quad (6)$$

Увеличение показателя n в выражении $\int_{\Gamma} p^n d\Gamma$, делает функционал более чувствительным к изменению давления и, вообще говоря, позволяет более точно выявлять зоны максимального давления, что связано с тем, что $\max_{\Gamma} p = \|p\|_{L_{\infty}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\int_{\Gamma} p^n \right)^{1/n}$.

В выражении (6) используется Тихоновская регуляризация нулевого порядка обеспечивающая поиск минимального возмущения. Коэффициент регуляризации α подбирается в ходе расчетов.

Для расчета градиента целевого функционала использованы сопряженные уравнения, имеющие форму [6,10].

$$\frac{\partial \Psi_p}{\partial t} + \frac{\partial \Psi_i}{\partial t} U^i + \frac{\partial \Psi_e}{\partial t} E + U^k \frac{\partial \Psi_p}{\partial X^k} + U^k U^i \frac{\partial \Psi_i}{\partial X^k} + (\gamma - 1) \frac{\partial \Psi_k}{\partial X^k} e + U^k h_0 \frac{\partial \Psi_e}{\partial X^k} = 0 \quad (7)$$

$$\frac{\partial \Psi_i}{\partial t} p + \frac{\partial \Psi_e}{\partial t} p U^i + U^i \frac{\partial \Psi_k}{\partial X^i} + U^i \frac{\partial \Psi_i}{\partial X^k} + \frac{\partial \Psi_p}{\partial X^k} + h_0 \frac{\partial \Psi_e}{\partial X^k} + U^i U^k \frac{\partial \Psi_e}{\partial X^i} = 0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial \Psi_e}{\partial t} + \gamma U^k \frac{\partial \Psi_e}{\partial X^k} + (\gamma - 1) \frac{\partial \Psi_k}{\partial X^k} = 0. \quad (9)$$

$$\text{начальные условия } \Psi_{p,U,V,e} \Big|_{\tau=0} = 0; \quad (10)$$

Граничные условия (на границе расчетной области): $\Psi_{p,U,V,e} \Big|_{\partial\Omega} = 0$.

Граничные условия (на теле) для функционала (4) имеют вид

$$\Psi_p \Big|_{\Gamma} = (\gamma - 1) e \delta(s - s_{\max}), \quad \Psi_e \Big|_{\Gamma} = (\gamma - 1) p \delta(s - s_{\max}) \quad (11)$$

Граничные условия (на теле) для функционала (6) имеют вид

$$\Psi_p \Big|_{\Gamma} = n P^{n-1} (\gamma - 1) e, \quad \Psi_e \Big|_{\Gamma} = n P^{n-1} (\gamma - 1) p \quad (12)$$

Форма функционала (4) приводит к граничным условиям (11) содержащим δ -функцию на границе. В случае перемещения зоны максимального давления по поверхности тела, эта форма может приводить к резким изменениям сопряженных параметров и соответствующего градиента и затруднять применение градиентных методов. Поэтому основная часть расчетов проводилась с использованием формы (6) и граничных условий (12). Сопряженные уравнения решались с помощью численного метода работы [18] аналогично [6,7,20]. С использованием результатов решения сопряженных уравнений можно получить градиент целевого функционала следующей формы:

$$\nabla \varepsilon_q = \Psi_e(t, x, y) + \alpha q(x, y) \quad (13)$$

Поиск оптимального управления осуществляется итерационным методом, с использованием метода наискорейшего спуска

$$q^{n+1}(x, y) = q^n(x, y) - \tau \nabla \varepsilon_q \quad (14)$$

3. Результаты расчетов по минимизации давления на поверхности

Результаты расчетов градиента для $\varepsilon(q) = \max_{\Gamma} p = \int_{\Gamma} p \delta(s - s_{\max}) d\Gamma$ и для $\varepsilon(q) = 1/2 \int_{\Gamma} p'' d\Gamma$ при $n=1$ и $n=2$ практически не различаются по форме (с точностью до масштаба), что делает их эквивалентными при использовании градиентных методов оптимизации. Вероятно, это связано с наличием резкого максимума давления для данной задачи и для задач со слабо выраженным максимумом выполняться не будет.

Распределение величины градиента (13) в расчетном поле представлено на Рис. 3. в трехмерном виде.

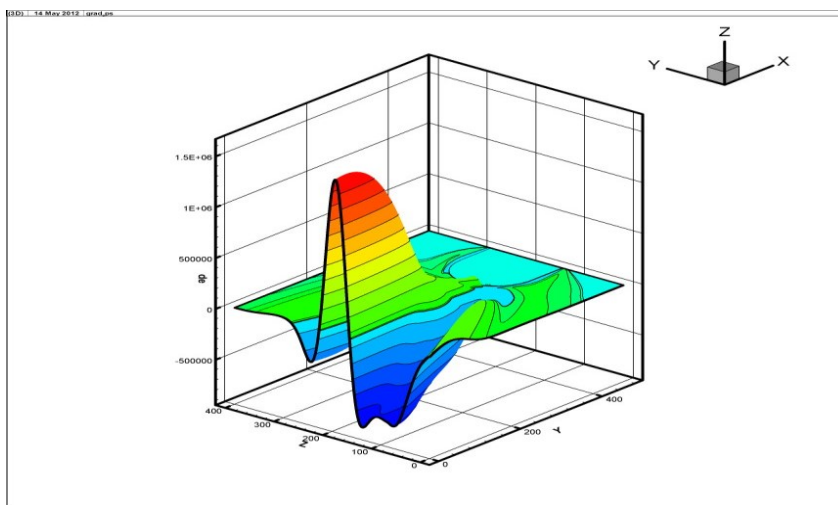


Рис. 3. Градиент целевого функционала при *IV* режиме взаимодействия

Можно различить три зоны, нагрев в которых уменьшит давление на поверхности и одну, которая позволит увеличить давление. Одна из зон максимального градиента совпадают с падающим скачком, что соответствует механизму ослабления воздействия за счет отклонения падающей волны. Вторая соответствует попаданию линии тока строго в область высоконапорной струйки, третья (минимальная) соответствует попаданию возмущения, противоположного, относительно падающего скачка, семейства. Из Рис. 3 видно, что градиент в разных зонах имеет разные знаки, что при итерациях может привести к отрицательной плотности тепловых источников, что физически не реализуемо. В данных расчетах плотность тепловых источников проектировалась на положительное направление. Каждая итерация соответствует решению одной прямой и одной сопряженной задач.

Особую роль здесь играет регуляризирующий коэффициент α . При малой величине коэффициента регуляризации α тепловые источники полностью искажают поле течения. При $\alpha = 0.001$ мощность тепловых источников $\eta = 0.84$ (что существенно больше, чем в работе [5]) и $P_{\max} = 0.82$. Результаты получены за 9 итераций. Поле течения подверглось существенной перестройке, соответствующее поле тепловых источников и давления представлены на Рис. 4, 5.

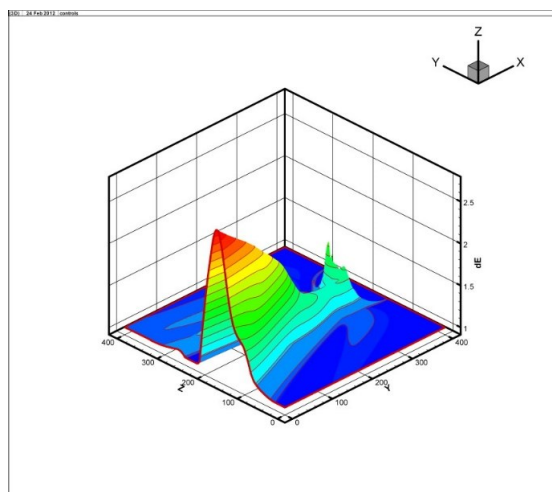


Рис. 4. Плотность теплового источника $\alpha = 0.001$, $\eta = 0.84$

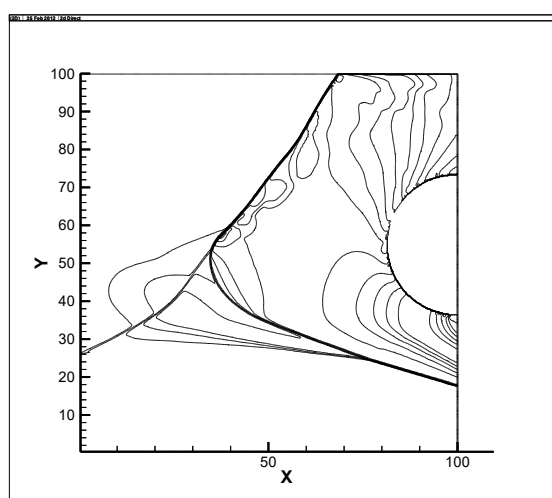


Рис. 5. Изолинии поля давления $\alpha = 0.001$, $P_{\max} = 0.82$

Увеличение коэффициента регуляризации позволяет уменьшить интегральную интенсивность источников за счет снижения эффективности управления (повышения максимального давления), соответствующие результаты при $\alpha = 1$, ($\eta = 0.0247$, $P_{\max} = 2.3$) представлены на Рис. 6, 7.

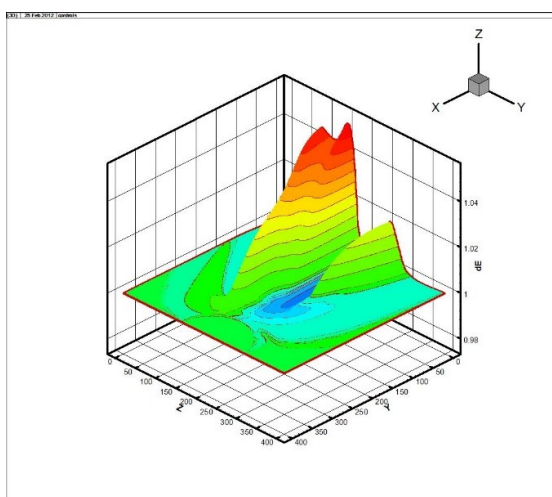


Рис. 6. Плотность теплового источника, $\alpha = 1$, $\eta = 0.0247$

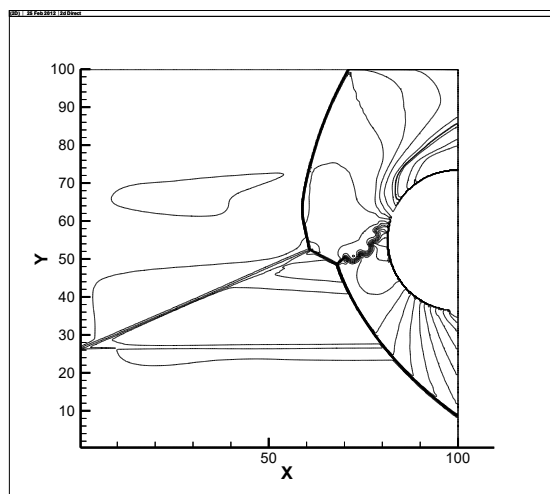


Рис. 7. Изолинии поля давления, ($\alpha = 1$), $P_{\max} = 2.3$

Результаты получены за 4 итерации. Следует отметить, что поле течения подверглось перестройке, соответствующей переходу к типу взаимодействия *IVa* [19].

Расчеты демонстрируют возможность эффективного поиска управляющих воздействий и существенное влияние регуляризации. Результаты решения обратной задачи демонстрируют трансформацию течения не по сценарию “преломления скачка” с переходом от структуры *IV* к *V* [5], а переход от взаимодействия *IV* типа к структуре типа *IVa*. В работе Когана и Стародубцева [5], использовался тепловой источник следующей формы:

$$q = q_s \exp\left(-\frac{r^2}{r_s^2}\right), \quad q_s = 2, \quad r_s = 0.1 \quad (15)$$

Для параметров течения $M = 6$, $\Theta_1 = 15^\circ$ (угол отклонения потока) результаты [5] в целом воспроизводятся, при этом удастся понизить максимальное значение давления с $P_{\max} = 6.587$ до $P_{\min} = 0.88$. Требуемая при этом мощность тепловых источников $\eta = 0.068$.

В качестве еще одного варианта управления полем течения реализуется режим “тепловой иглы” [1], Рис. 8. Режим «тепловой иглы» представлен на рис.8 с помощью изолиний поля давления. При этом $P_{\min} = 0.79$ и $\eta = 0.32$.

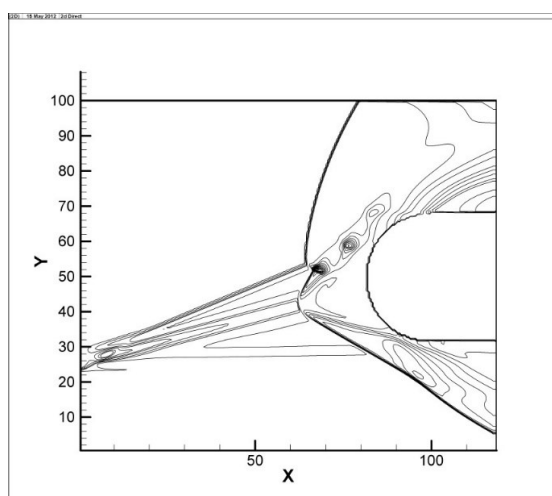


Рис. 8. Изолинии поля давления при отрывном течении, индуцированном “тепловой иглой”

4. Воспроизведение заранее заданной структуры течения

Поиск распределения тепловых потоков, оптимально уменьшающих давление на теле в сильной степени зависит от коэффициента регуляризации и приводит к различным структурам течения.

Переход течения от структуры IV к V с помощью “тепловой иглы” [1] требует радикальной перестройки течения, сводящейся к значительному изменению эффективной формы обтекаемого тела,

Переход течения от структуры IV к V с помощью локального преломления скачка [5] также достаточно энергозатратно даже при удачном попадании зоны тепловыделения в скачок уплотнения.

В связи с этим рассмотрено управление переходом от взаимодействия IV типа целенаправленно к структуре типа IVa , описанной в [19]. Структура типа IVa характерна тем, что высоконапорная струйка загибается вдоль тела и не попадает на него.

В связи с этим в данной работе использовался целевой функционал следующего вида:

$$\varepsilon(q) = 1/2 \sum_{i=1}^4 \int_{\Omega_{obs}} (f_i - f_i^{IVa})^2 dV + \alpha/2 \int_{\Omega} (q(x, y))^2 d\Omega \quad (16)$$

здесь Ω_{obs} область в расчетном поле, содержащая некоторую часть структуры течения IVa взаимодействия, f_i^{IVa} - параметры течения, соответствующие структуре IVa . Эти параметры взяты из расчета для IVa типа взаимодействия скачков, полученного перемещением падающего скачка. Таким образом, мы целенаправленно стремимся воспроизвести известную и удобную для нас структуру течения в некоторой области Ω_{obs} .

Представлены результаты расчетов для следующего функционала

$$\varepsilon(q) = 1/2 \int_{\Omega_{obs}} (\rho - \rho^V)^2 dV + \alpha/2 \int_{\Omega} (q(x, y))^2 d\Omega \quad (17)$$

На Рис. 9 и 10 рамкой выделена область наблюдения и соответствующей подгонки течения Ω_{obs} .

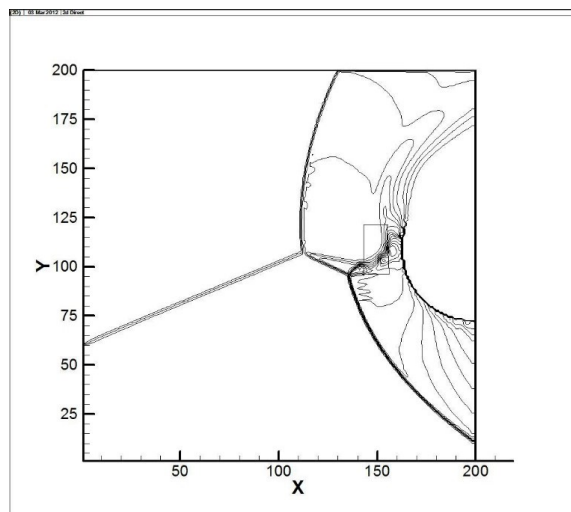


Рис. 9. Целевое течение (изолинии ρ) IV типа

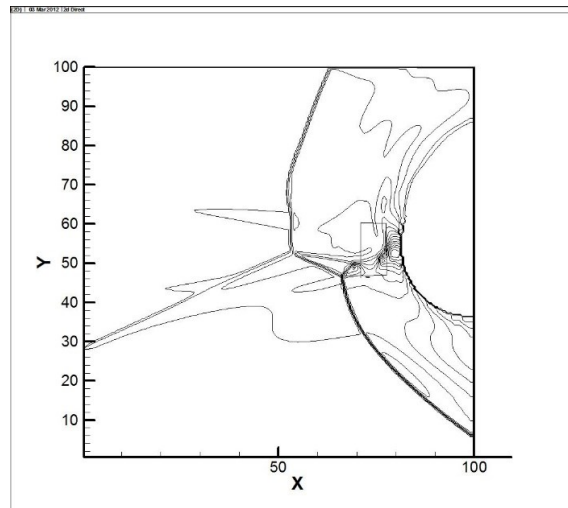


Рис. 10. Воспроизведение целевого течения в окне (изолинии ρ).

Полностью добиться совпадения полей в Ω_{obs} не удастся, однако функционал невязки уменьшается на порядок. На Рис. 11 представлено расположение тепловых источников. Удалось снизить максимальное давление вдвое при затратах энергии $\eta = 0.048$.

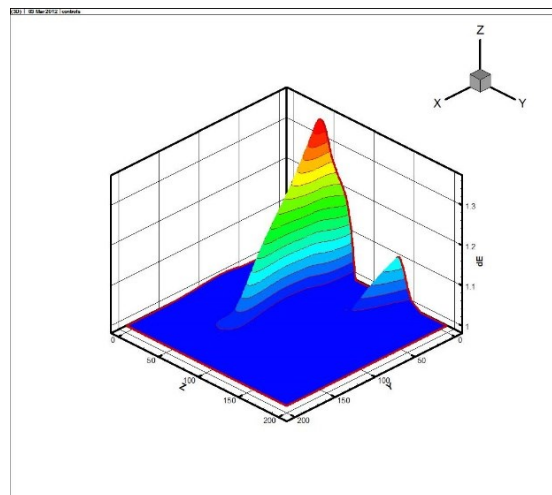


Рис. 11. Плотность теплового источника при целенаправленном переходе к течению типа *IVa*

Таким образом, воспроизведение некоторого “целевого” течения, обладающего нужными свойствами, также является возможным путем управления параметрами на теле.

5. Обсуждение

Вообще говоря, достаточно легко найти тепловые источники, способные разрушить низкоэнтропийную струйку, представляющую основную опасность с точки зрения высоких значений статического давления на поверхности. Это связано с относительно узким диапазоном параметров, в котором существует взаимодействие *IV* рода. Более сложным является поиск воздействия, минимального с точки зрения суммарной мощности тепловых источников.

Рассмотрено три различных варианта выбора управляющего воздействия. Первый использует “тепловую иглу” [1] и полностью перестраивает поле течения с помощью формирования передней отрывной зоны.

Второй основан на преломлении ударной волны в нагретой области и смещении точки пересечения падающего и прямого скачков, что трансформирует взаимодействие из типа *IV* в тип *V* в соответствии с результатами [5].

Третий основан на автоматическом поиске распределения тепловых источников с помощью решения обратной задачи. В рамках решения обратной задачи минимизация нормы управляющего воздействия осуществляется с помощью регуляризирующей добавки к целевому функционалу. Максимальное давление на поверхности и затраты энергии в зависимости от коэффициента регуляризации приведены в таблице 1.

Таблица 1.

α	P_{\max}	η
0.001	0.73	0.88
0.01	1.542	0.23
1.0	2.3	0.0247

Регуляризация позволяет снизить интегральную мощность теплового источника ниже результатов [5] (где $\eta = 0.068$), но одновременно увеличивает максимальное давление, что естественно при переходе от структуры типа “тепловой иглы”, содержащей отрывную зону. Поиск минимального управления с помощью решения обратной задачи затруднен поиском оптимального коэффициента регуляризации. Целенаправленная трансформация течения из типа *IV* в тип *IVa* наиболее проста с точки зрения затрат вычислительных ресурсов.

Для малых мощностей тепловых источников изменение давления на поверхности согласовано со знаком градиента (Рис. 3). Для достаточно мощных источников, близких к используемым в [5], разрушение течения типа *IV* происходит независимо от того, в отрицательную или положительную области градиента они помещены. Таким образом, нелинейность задачи не позволяет использовать поле градиента максимального давления по отношению к тепловым источникам для выбора управляющих воздействий. Впрочем, при помещении источников в область с нулевым градиентом течение типа *IV* сохранится и для гораздо более мощных источников.

Заключение

Рассмотрены следующие пути управления течением на режиме взаимодействия *IV* типа с помощью распределенных источников тепла:

- Отклонение падающей ударной волны при прохождении через нагретую область с трансформацией взаимодействия скачков типа *IV* в тип *V*.
- Формирование “тепловой иглы” с помощью локального интенсивного источника тепла.
- Трансформация взаимодействия скачков типа *IV* в тип *IVa* с помощью распределенных источников тепла умеренной интенсивности.

Результаты расчетов указывают на то, что трансформация взаимодействия типа *IV* в тип *IVa* требует меньших затрат энергии. Возможна также целенаправленная трансформация структуры типа *IV* в тип *IVa* при наличии информации о желательном поле течения.

Решение задачи по поиску тепловых источников, снижающих давление на поверхности цилиндра при взаимодействии скачков *IV* типа, возможно с помощью градиентной оптимизации и решения сопряженных уравнений. Численные эксперименты показали, что в качестве целевых функционалов можно использовать как интегралы функций давления на поверхности тела, так и невязку текущих и целевых параметров течения в расчетном поле. При этом поиск минимального по интегральной величине источника существенно зависит от выбора коэффициента регуляризации. Визуальное

представление процесса управления течением является неотъемлемой частью контроля процесса.

При решении задачи управления взаимодействием скачков необходима одновременная визуализация поля течения, поля сопряженных параметров (коэффициентов чувствительности) и поля источников тепла $f_i(t, x, y), \psi_i(t, x, y), Q(t, x, y)$, что позволяет определить зоны и интенсивность воздействия и соответствующие результаты.

Список литературы

1. Георгиевский П.Ю., Левин В.А., Сверхзвуковое обтекание тела при наличии внешних источников тепловыделения// Письма в ЖТФ. 1988, Т. 14. С. 684-687.
2. Knight, D., Kuchinskiy, V., Kuranov, A., and Sheikin, E., Survey of Aerodynamic Flow Control at High Speed by Energy Deposition, AIAA Paper 2003-0525.
3. Adelgren R. G., Yan H., Elliott G. S., Knight D. D., Beutner T. J., and Zheltovodov A. A., Control of Edney IV Interaction by Pulsed Laser Energy Deposition//AIAA J.-2005.- V. 43, № 2.-P. 256-263.
4. Yan H., Gaitonde D., Effect of Energy Pulse on 3-D Edney IV Interaction, AIAA J. 2008. V. 46. № 6. P. 1424-1431.
5. Коган М.Н., Стародубцев М.А., Уменьшение пиковых тепловых потоков путем подвода тепла в набегающий поток, Изв. РАН, сер. Механика жидкости и газа, N 1, 2003, 134-146
6. Алексеев А.К., К управлению переходом между регулярным и Маховским режимами взаимодействия ударных волн, ЖВМ и МФ. 2012. т. 52. № 6. С. 1134-1142.
7. Алексеев А.К., О переходе между регулярным и Маховским режимами взаимодействия ударных волн под действием возмущения температуры//Изв. РАН, сер. Механика жидкости и газа, N 5, 2012, С. 95-101
8. B. Edney, Effects of Shock Impingement on the Heat Transfer around Blunt Bodies. *AIAA J.*, 6(1) (1968) 15-21.
9. Боровой В.Я., Течение газа и теплообмен в зонах взаимодействия ударных волн с пограничным слоем.-М.: Машиностроение, 1983.-128 с.
10. Alekseev A.K., Navon I. M. Estimation of goal functional error arising from iterative solution of Euler equations//Int. J. of Comput. Fluid Dyn. 2008. V. 22. № 4. P. 221-228.
11. van Leer B. Towards the ultimate conservative difference scheme. V. A second-order sequel to Godunov's method//J. Comput. Phys. 1979. V. 32. P. 101-136
12. Toro E. F. Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics, Berlin: Springer Verlag. 2006. P. 724
13. Sun M., Katayama K. An artificially upstream flux vector splitting for the Euler equations//JCP. 2003. V. 189. P. 305-329.
14. Yamamoto S., Daiguji H. Higher-order-accurate upwind schemes for solving the compressible Euler and Navier-Stokes equations//Computers and Fluids. 1993. V. 22. P. 259-270.
15. Farooq M. A., Muller B., Accuracy assessment of the Cartesian grid method for compressible inviscid flows using a simplified ghost point treatment, J. of Structural Mechanics, V. 44, № 3, 2011, pp. 279-291.
16. Gorsse Y., Iollo A., Telib H., Weynans L., A simple second order Cartesian scheme for compressible Euler flows. Inria, RR-7773. 2011. P. 24
17. Вунников В.В., Ревизников Д.Л. Применение декартовых сеток для решения уравнений Навье-Стокса в областях с криволинейными границами // Математическое Моделирование, 2005, т.17, №8, с. 15-30.
18. Toro E. and Siviglia A. PRICE: Primitive centred schemes for hyperbolic system of equations//Int. Journal for Numerical Methods in Fluids. 2003 V. 42 P. 1263-1291.

19. *Borovoy V. Ya., Chinilov A. Yu ., Gusev V. N., Struminskaya I. V., Delery J. and Chanetz B.*, Interference Between a Cylindrical Bow Shock and a Plane Oblique Shock//AIAA J. 1197. V. 35, №. 11. P. 1721-1728.

20. Алексеев А.К., Бондарев А.Е., Применение сопряженных уравнений и визуальное представление сопряженных параметров в задачах идентификации и управления течением, верификации и валидации расчетов, Научная визуализация, 2011, Т. 3, N 3, с. 1-22

On Visualization When Controlling Wave Structures Using Distributed Heat Sources

A.K. Alekseev^{1,B}, A.E. Bondarev^{2,A}

^A Keldysh Institute of Applied Mathematics RAS

^B RSC Energia, Korolev, Russia

¹ ORCID: 0000-0001-8317-8688, aleksey.k.alekseev@gmail.com

² ORCID: 0000-0003-3681-5212, bond@keldysh.ru

Abstract

For two-dimensional Euler equations, flow control using spatially distributed stationary heat sources is considered. The initial flow, characterized by the interaction of Edney - type shock waves, was changed with the help of heat sources in such a way as to reduce the maximum pressure on the surface of the body. The problem was solved in an optimization formulation using conjugate equations to calculate the gradient of the target functional. In addition to visualizing flow parameters in this problem, it is of interest to visualize the distribution of adjoint parameters and heat sources.

Keywords: Euler equations, interaction of shock waves, heat sources, flow structure control, adjoint equations.

References

1. Georgievsky P.Yu., Levin V.A., Supersonic flow around a body in the presence of external heat sources // Letters to the Technical Physics. 1988, T. 14, pp. 684-687.
2. Knight, D., Kuchinskiy, V., Kuranov, A., and Sheikin, E. , Survey of Aerodynamic Flow Control at High Speed by Energy Deposition, AIAA Paper 2003-0525.
3. Adelgren R.G., Yan H., Elliott G.S., Knight D.D., Beutner T.J., and Zheltovodov A.A. Control of Edney IV Interaction by Pulsed Laser Energy Deposition // AIAA J.-2005.- V. 43, No. 2.-P. 256-263.
4. Yan H., Gaitonde D., Effect of Energy Pulse on 3-D Edney IV Interaction, AIAA J. 2008. V. 46. No. 6. P. 1424-1431.
5. Kogan M.N., Starodubtsev M.A., Reducing peak heat flows by adding heat to the oncoming flow, Fluid Dynamics, N 1, 2003, 134-146
6. Alekseev A.K., Control of the transition between regular and mach reflection of shock waves, Computational Mathematics and Mathematical Physics, 2012, Volume 52, Issue 6, Pages 976–983, DOI: <https://doi.org/10.1134/S0965542512060036>
7. Alekseev A.K., On the transition between the regular and Mach modes of interaction of shock waves under the influence of temperature perturbations // Fluid Dynamics N 5, 2012, pp. 95-101
8. B. Edney, Effects of Shock Impingement on the Heat Transfer around Blunt Bodies. AIAA J., 6(1) (1968) 15-21.
9. Borovoy V.Ya., Gas flow and heat transfer in zones of interaction of shock waves with the boundary layer.- M.: Mashinostroenie, 1983.-128 p.
10. Alekseev AK, Navon I.M. Estimation of goal functional error arising from iterative solution of Euler equations// Int. J. of Comput. Fluid Dyna. 2008. V. 22. No. 4. P. 221-228.
11. van Leer B. Towards the ultimate conservative difference scheme. V. A second-order sequel to Godunov's method//J. Comput. Phys. 1979. V. 32. P. 101–136
12. Toro EF Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics, Berlin: Springer Verlag. 2006. P. 724

13. Sun M., Katayama K. An artificially upstream flux vector splitting for the Euler equations // JCP. 2003. V. 189. P. 305-329.
14. Yamamoto S., Daiguji H. Higher-order-accurate upwind schemes for solving the compressible Euler and Navier-Stokes equations// Computers and Fluids . 1993. V. 22. P. 259-270.
15. Farooq M. A., Muller B. , Accuracy assessment of the Cartesian grid method for compressible inviscid flows using a simplified ghost point treatment, J. of Structural Mechanics, V. 44, No. 3, 2011, pp. 279-291.
16. Gorse Y., Iollo A., Telib H., Weynans L., *A simple second order Cartesian scheme for compressible Euler flows. Inria , RR -7773. 2011. P . 24*
17. Vinnikov V.V., Reviznikov D.L., Cartesian grids methods for numerical solution of Navier–Stokes equations in domains with curvilinear boundaries// Mathematical Modeling, 2005, v. 17, no. 8, p. 15-30.
18. Toro E. and Siviglia A. PRICE: Primitive centered schemes for hyperbolic system of equations// Int . Journal for Numerical Methods in Fluids. 2003 V. 42 P. 1263–1291.
19. Borovoy V. Ya., Chinilov A. Yu ., Gusev VN, Struminskaya IV, Delery J. and Chanetz B., Interference Between a Cylindrical Bow Shock and a Plane Oblique Shock//AIAA J. 1197. V. 35, no. 11. P. 1721-1728.
20. Alekseev A.K., Bondarev A.E., Adjoint Method Application and Adjoint Parameters Visualization for Flow Control and Identification and for Validation and Verification Problems, Scientific Visualization, 2011, T. 3, N 3, p . 1-22/